

## Wenn Licht scheinbar krumme Wege läuft und die Mondsichel auf dem Rücken liegt

In Bezug auf die Informationen zum Himmelsanblick in »Sterne und Weltraum« 2/2013

Bernold Feuerstein

Die regelmäßig wechselnde Gestalt des Mondes am Himmel ist uns vertraut. Neben den Mondphasen tragen zum optischen Eindruck auch die Position des Mondes am Himmel und die Neigung der Mondsichel bei. Da uns vom Mond nur reflektiertes Sonnenlicht erreicht, hängt das Erscheinungsbild von der relativen Position von Sonne und Mond zu uns als Beobachter auf der Erde ab. Bei flüchtiger Betrachtung scheint das Licht von der Sonne zum Mond dabei zuweilen krumme Wege zu gehen, und in den letzten Jahren lag die Mondsichel manchmal geradezu auf dem Rücken. Eine Erläuterung dieser Erscheinungen gibt der folgende WIS-Beitrag.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Monde	Positionsastronomie, Himmelsmechanik, Beobachtung
Fächer- verknüpfung	Astro-Ma	sphärische Geometrie, Perspektive, Kartenprojektion, Trigonometrie
Lehre allgemein	Methodenkompetenz (Können)	Lesekompetenz, räumliches Denken, Näherungsverfahren, Rechnen mit einfachen Formeln, Transfer auf analoge Situation, Beobachtungspraxis, Experiment (Weitwinkelaufnahme)

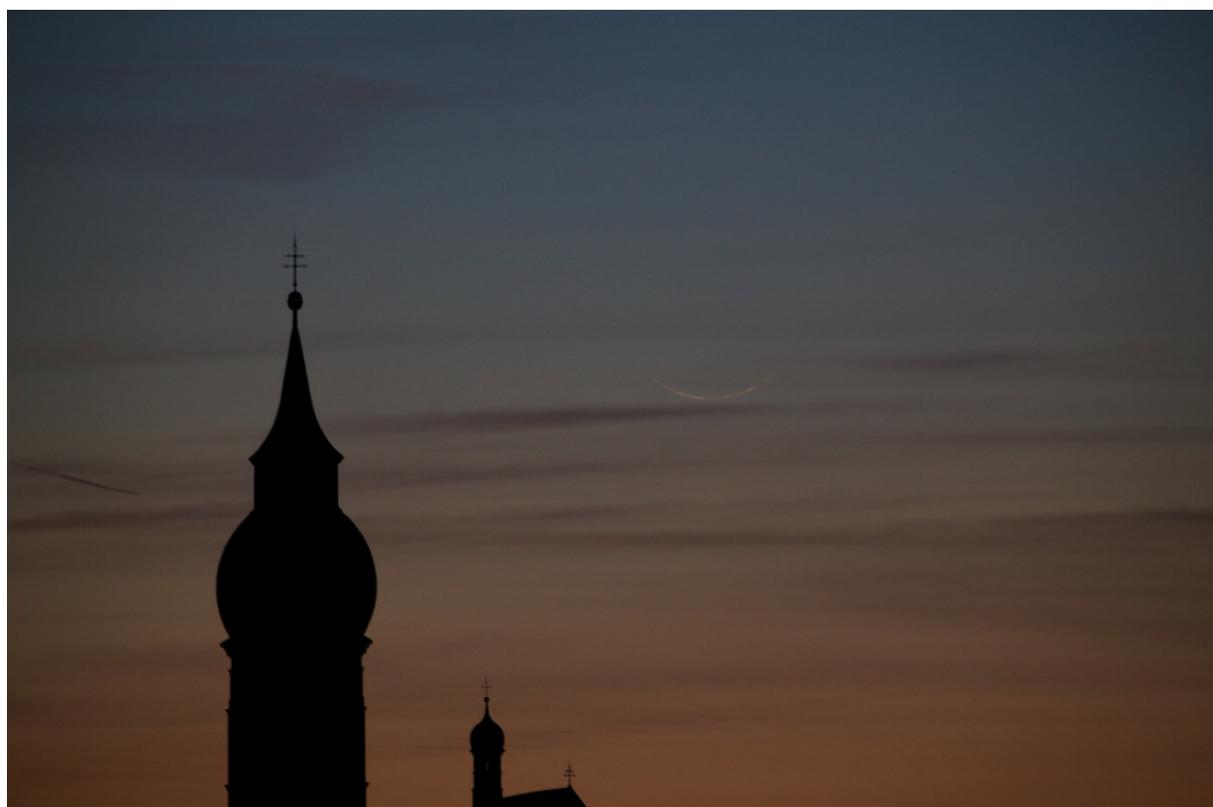


Abbildung 1: Liegende Mondsichel am 22. Februar 2012 um 18:23 MEZ bei Andechs (Bayern, 48° N). Foto: Pauzenberger/Thellmann <http://www.sterne-und-weltraum.de/alias/wunder-des-weltalls/liegende-mondsichel/1142966>

## Die wechselhafte Gestalt des Erdbegleiters

Der Mond sorgt mit seiner wechselnden Gestalt stets für Abwechslung im Himmelsbild. Auffällig sind zunächst seine Phasen. Der von der Erde aus sichtbare Anteil der von der Sonne beleuchteten Mondhälfte wächst von der schmalen Sichel während eines halben Umlaufs um die Erde bis zur vollen runden Mondscheibe, um dann wieder abzunehmen. Diese Erscheinung lässt sich leicht bei Sonnenschein oder Zuhilfenahme einer künstlichen Lichtquelle mit einer Kugel oder einem Ball in der Hand des ausgestreckten Arms nachvollziehen. Drehen wir uns langsam mit Blick auf die Kugel um unsere eigene Achse, so erscheinen uns die bekannten Mondphasen. Als Merkhilfe hat sich im deutschsprachigen Raum eingebürgert, dass sich die Rundung der Mondgestalt bei zunehmendem Mond mit dem Kleinbuchstaben ‚z‘ (in Schreibschrift) umschreiben lässt, bei abnehmendem Mond mit dem Kleinbuchstaben ‚a‘. Christian Morgenstern hat dies schon 1905 heiter-ironisch kommentiert.



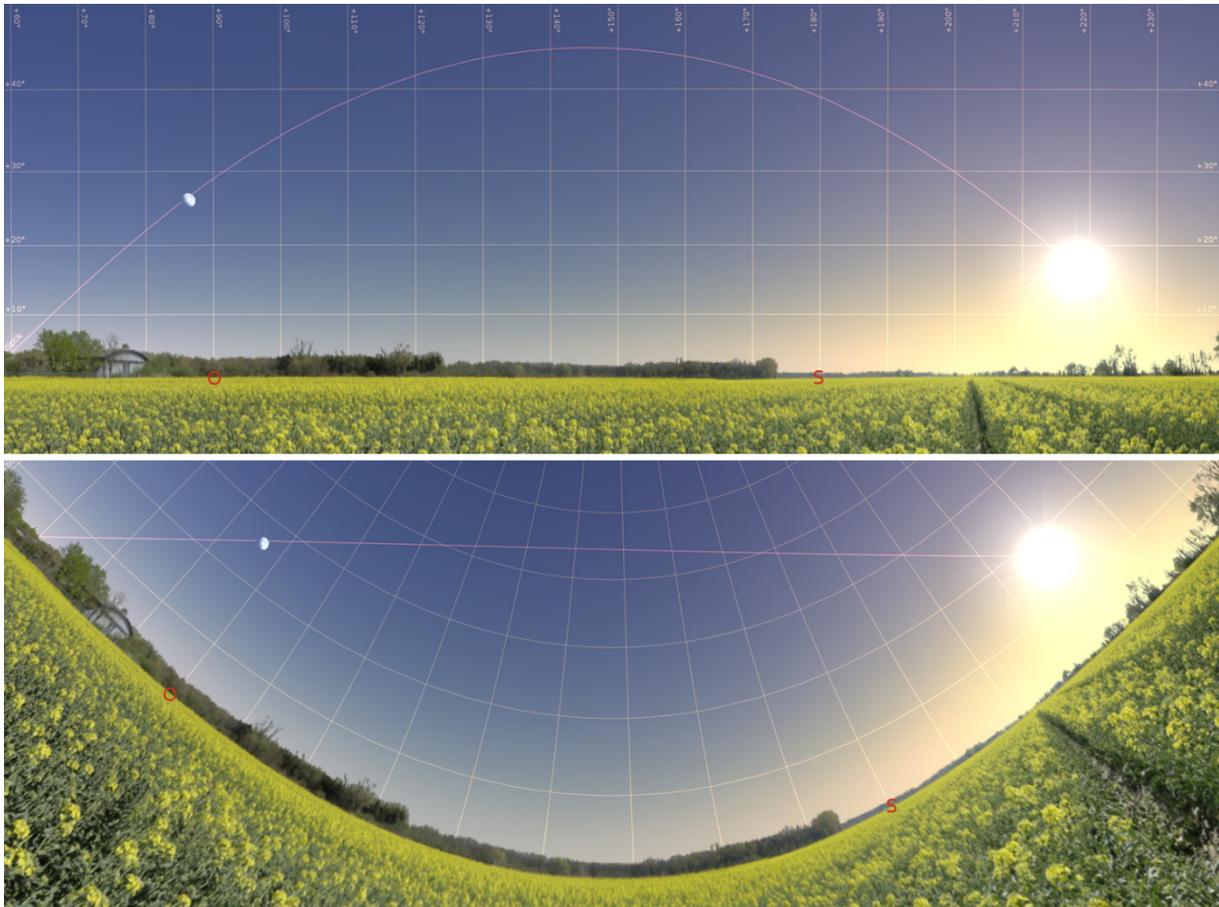
Abbildung 2: Traditionelle Merkhilfe für die Gestalt des zu- bzw. abnehmenden Mondes.

Sprachunabhängig und auch auf der Südhalbkugel anwendbar gilt, dass der zunehmende Mond ein Objekt des Abendhimmels ist, während der abnehmende Mond morgens beobachtet werden kann. Zu Sonnenaufgang ist der zunehmende Mond auf keinen Fall zu sehen, entsprechendes gilt für den abnehmenden Mond bei Sonnenuntergang. Zwischen Halb- und Vollmondphase wird der Mond auch deutlich am Taghimmel sichtbar, was zuweilen überrascht. Bei Neumond wendet uns unser Trabant die Schattenseite zu und bleibt in der Regel unsichtbar. Lediglich im Fall einer Sonnenfinsternis schiebt sich der Mond als schwarze Scheibe ganz oder teilweise vor die Sonne. Da die Mondbahn um  $5,1^\circ$  gegenüber der Erdbahn geneigt ist, kommt es aber nur selten zu solchen Finsternissen, und der Neumond befindet sich am Taghimmel ober- oder unterhalb der Sonne.

## Scheinbar krumme Lichtwege

Zum optischen Gesamteindruck tragen auch die Position des Mondes am Himmel und die Neigung der Mondsichel bei. Letztere erscheint je nach Jahres- und Uhrzeit mal aufrecht, mal mehr oder weniger geneigt. Ist der Winkelabstand zur Sonne groß, so scheint die beleuchtete Mondseite in die falsche Richtung zu zeigen, was auch als ‚falsche Mondneigung‘ bezeichnet wird (Abb. 3a). Dies erscheint uns umso verwirrender als das Licht vom Mond reflektiertes Sonnenlicht ist und von der Sonne zum

Mond auf kürzestem Wege durch den Raum, d. h. entlang einer geraden Linie läuft. In der Darstellung (Abb. 3a) scheint aber die ‚gerade‘ Verbindung viel näher zum Horizont zu verlaufen und der tatsächliche Lichtweg einen recht großen Bogen zu beschreiben. Nun läuft weder das Licht auf krummen Wegen, noch handelt es sich um eine optische Täuschung im engeren Sinne, denn die in Abb. 3a gezeigte Panoramasisht ließe sich auch fotografisch aufnehmen.



**Abbildung 3:** Oben (a): Panoramasisht auf Sonne und zunehmenden Mond (Dreiviertelphase) im ‚Horizontsystem‘. Unten (b): Panoramasisht des gleichen Himmelsanblicks entlang des Großkreises Sonne-Mond. In beiden Fällen wurde die Mercatorprojektion verwendet (erstellt mit dem Planetariumsprogramm ‚Stellarium‘).

Um die ‚falsche‘ Mondneigung aufzuklären, betrachten wir das System aus Sonne (S), Mond (M) und Beobachter (B, auf der Erde), wie in Abb. 4 skizziert. Der Lichtweg (rote Linie) von der Sonne zum Mond folgt einer Geraden durch den Raum. Für uns als Beobachter von der Erde aus sind nun aber die Entfernungen zur Sonne bzw. zum Mond nicht wahrnehmbar, sondern lediglich die jeweilige Richtung projiziert auf das (scheinbare) Himmelsgewölbe, hier als Sphäre um den Beobachter auf der Horizontebene (grün) dargestellt. Die gerade Strecke Sonne-Mond erscheint für den Beobachter als Teil eines Großkreises auf der gedachten Himmelssphäre. Dieser entsteht als Schnittlinie der Ebene des Dreiecks S-M-B mit der Sphäre. Dies gilt ganz allgemein für jede Gerade im Raum, und wie diese ist ein Großkreis die kürzeste Verbindung zweier Punkte auf einer Kugeloberfläche (Kreismittelpunkt im Kugelmittelpunkt). Beispiele für Großkreise sind der Äquator und die Längengrade auf der Erdkugel und ebenso die Projektion dieses Gradnetzes als Himmelsäquator und Stundenkreise – die Koordinaten von Himmelsobjekten für einen Beobachter auf der Erde. Ein weiterer Großkreis ist der Horizont, ebenso die Ebene der Erdbahn (Ekliptik) als auch die dazu – wie oben bereits erwähnt – um  $5,1^\circ$  geneigte Mondbahn.

Vom geometrischen Standpunkt her sind alle diese Großkreise gleichwertig und warum sie uns zuweilen gerade erscheinen, ist im wahrsten Wortsinne eine Frage der Perspektive. Unser Auge bildet ein recht großes Gesichtsfeld (gut  $180^\circ$ ) quasi wie ein ‚Fischaugenobjektiv‘ (extremer Weitwinkel) auf die gekrümmte Netzhaut ab, wobei aber nur die zentralen Bereiche deutlich wahrgenommen werden. Daraus wiederum konstruiert unser Gehirn ein Bild der Welt, das (abgesehen vom räumlichen Sehen im Nahbereich) letztlich zweidimensional erscheint. Bei der Abbildung einer Sphäre auf eine Ebene kommt es aber unweigerlich zu Verzerrungen, wie es von Kartenprojektionen des Erdglobus bekannt ist. Wie man es auch dreht und wendet – es gelingt nur eine ausgezeichnete Schar von Großkreisen auf Geraden abzubilden – der Rest wird mehr oder weniger krumm.

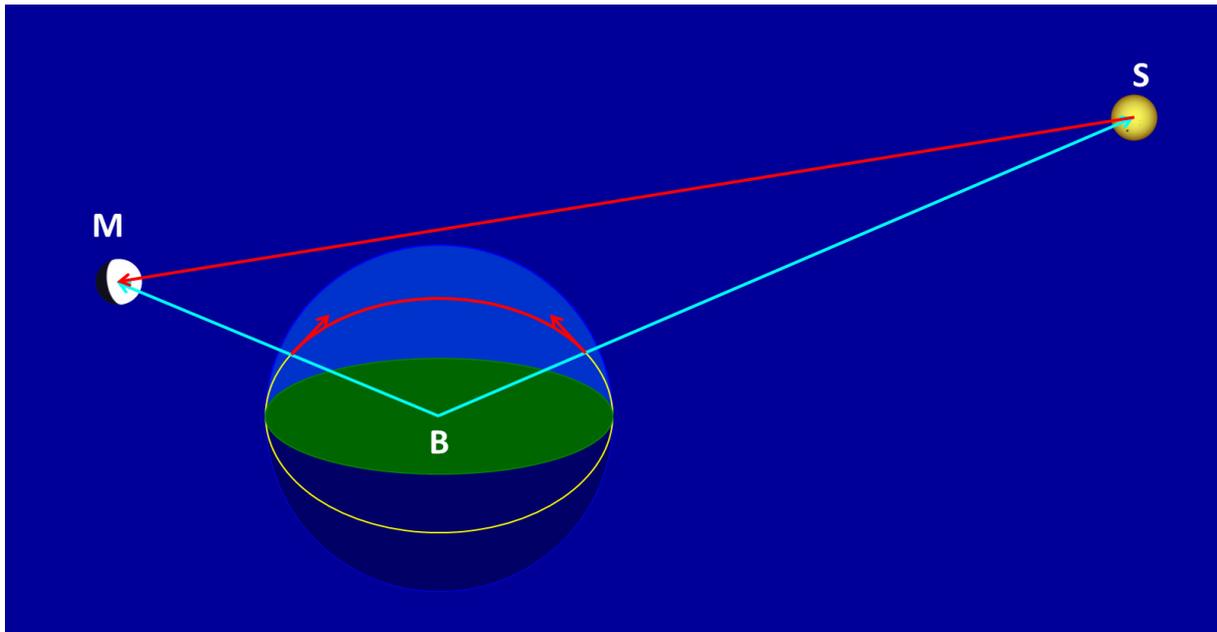


Abbildung 4: Lichtweg Sonne (S) - Mond (M) für einen Beobachter (B) auf der Erde.

Ein ‚natürlicher‘ Bezugskreis ist der Horizont, da wir uns üblicherweise unter Einwirkung der Schwerkraft mit den Begriffspaaren oben/unten, links/rechts, vorn/hinten orientieren. Abb. 3a zeigt die Panoramansicht auf Sonne und Mond in der so genannten Mercatorprojektion mit dem Horizont als Bezugskreis. Dies ist aber willkürlich – wir brauchen nur den Blick zu erheben und die gleiche Art der Projektion bzgl. des Großkreises Sonne-Mond (= Lichtweg) zu betrachten (Abb. 3b). Nun erscheint der Lichtweg (wie vorher der Horizont) wunderbar ‚gerade‘, aber im Gegenzug der Horizont gekrümmt. Die ‚falsche‘ Mondneigung ist somit ein reiner Effekt der Projektion im (frei gewählten) Bezugssystem Horizont.

## Die Mondsichel in Rückenlage

Wer aufmerksam den Himmel beobachtet, dem fällt auf, dass die Neigung der jungen bzw. alten Mondsichel, also in den Tagen nach bzw. vor Neumond im Laufe der Jahreszeiten unterschiedlich ausfällt. Mal steht die schmale Sichel mehr oder weniger aufrecht, mal wiederum scheint sie fast in Rückenlage zu geraten und mehr einem Schiffchen als einer Sichel zu ähneln. Gerade in den letzten Jahren wurde von ‚liegenden‘ Mondsicheln berichtet – einem Erscheinungsbild, das wir eher in tropischen Regionen erwarten würden. So beobachtete ich eher zufällig am Abend des 27. März 2009 die sehr schmale Sichel des neuen Mondes kurz nach Sonnenuntergang, die nahezu liegend erschien. Darauf stellte ich mir die Frage, unter welchen Bedingungen wir in unseren Breiten eine (nahezu) liegende Sichel sehen können. Oder ist gar die Sichtung einer ‚überkippenden‘ Sichel möglich? Wie hängt dies von der Jahreszeit ab? Und gibt es Jahre, in denen diese Erscheinung besonders extrem

ausfällt? Die Antwort mag kompliziert erscheinen, denn streng genommen müssten wir das Problem mit den Methoden der sphärischen Geometrie lösen. Im Prinzip ein interessantes Thema, das aber für unsere Fragestellung so weit vereinfacht werden kann, dass wir nur Rechenmethoden der ebenen Geometrie benötigen. Uns beschäftigen im Folgenden vier Großkreise: Der Horizont, der Himmelsäquator (gegeben durch die geographische Breite), die Ekliptik (Erdbahnebene, gegenüber der die Erdachse und damit auch der Himmelsäquator um  $23,5^\circ$  geneigt sind), die Mondbahn mit einer Neigung gegenüber der Ekliptik von  $5,1^\circ$  und schließlich zur Bestimmung der Richtung der Sichel die Verbindungslinie Sonne-Mond. Die Vereinfachung, die wir nun benutzen werden, setzt voraus, dass alle Winkelabstände ‚klein‘ sind (kleiner als etwa  $15^\circ$ ). Dann lässt sich der betrachtete Himmelsausschnitt in Horizontnähe ohne größere Verzerrungen auf eine Ebene abbilden. Im Horizontsystem sind dann Azimut und Höhe rechtwinklige Koordinaten und die erwähnten Großkreise erscheinen näherungsweise als Geraden.

Betrachten wir nun die Abendsichtbarkeit der jungen Mondsichel. Bekanntermaßen steht in unseren Breiten die Ekliptik im Frühjahr abends steil am Himmel, während sie umgekehrt im Herbst sehr flach verläuft. Grund hierfür ist die Neigung der Erdachse gegenüber der Ekliptik: steht die Sonne im Frühlingspunkt ( $\varphi$ : Schnittpunkt von Himmelsäquator und Ekliptik), so beträgt die Neigung der Ekliptik  $\varepsilon$  gegenüber dem Horizont für eine geographische Breite  $\varphi = 50^\circ$   $\varepsilon = (90^\circ - \varphi) + 23,5^\circ = 63,5^\circ$ . Im Herbst sind es entsprechend  $\varepsilon = (90^\circ - \varphi) - 23,5^\circ = 16,5^\circ$ . Fiele die Mondbahnebene exakt mit der Erdbahnebene zusammen, wären auf  $50^\circ$  nördlicher Breite  $63,5^\circ$  auch zugleich die maximale Mondneigung: immerhin deutlich größer als  $45^\circ$ , also mehr ein Schiffchen als eine Sichel. Nun ist aber die Mondbahn gegenüber der Erdbahn bzw. Ekliptik geneigt, wobei sich zwei Schnittpunkte (Knoten) ergeben – auf- bzw. absteigender Knoten: der Mond wechselt von der Südseite auf die Nordseite der Ekliptik bzw. umgekehrt. Steht die Sonne zu Frühlingsbeginn zugleich auch im aufsteigenden Knoten ( $\Omega$ ) der Mondbahn, so ergibt sich – wie in Abb. 5a illustriert – eine Neigung der Mondsichel  $\nu = 63,5^\circ + 5,1^\circ = 68,6^\circ$ . Interessanterweise hängt dieser Winkel nicht vom Mondalter (a: Zeit nach dem Neumond) ab (für kleine Winkelabstände – Abb. 4a zeigt ein Mondalter von 24 h, was gut  $12^\circ$  sind). Dies erklärt also Neigungen bis  $68,6^\circ$  – aber geht noch mehr?

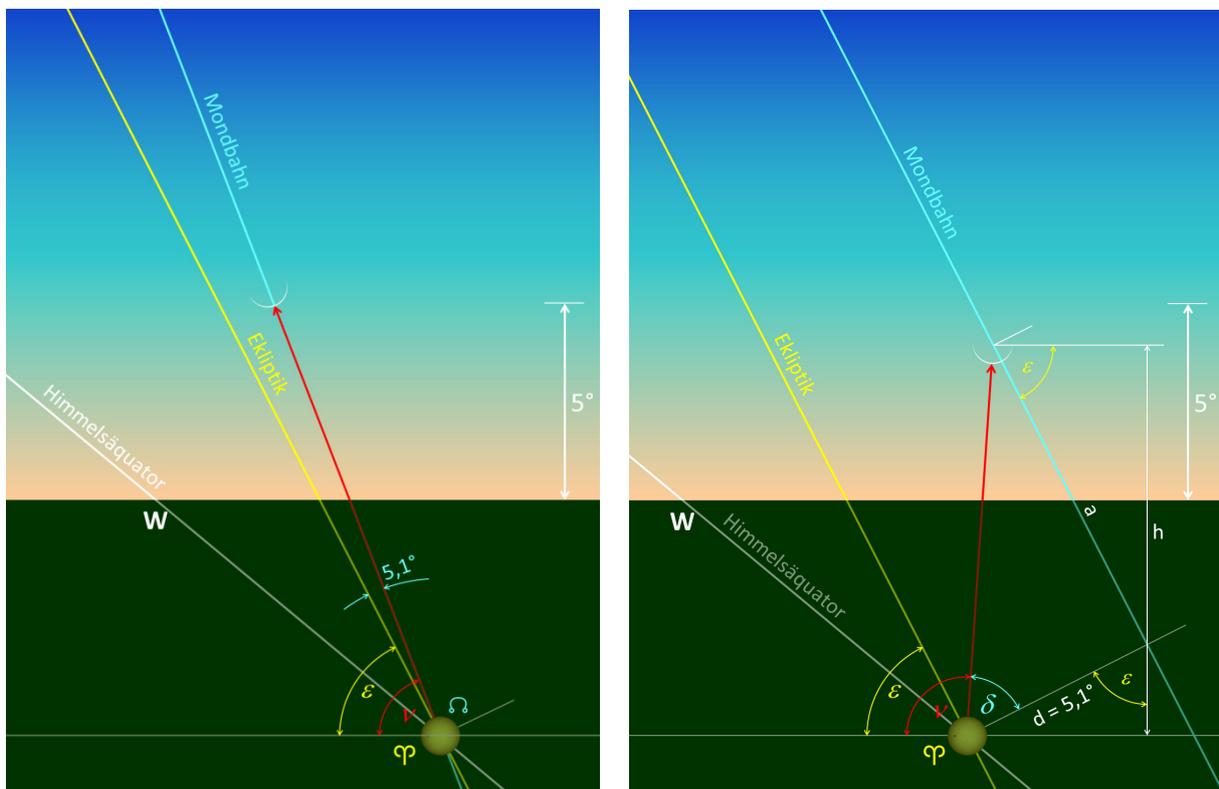


Abbildung 5: Links (a): Sichel des 24 h alten Mondes am Abendhimmel für den Fall, dass die Sonne sich zugleich im Frühlingspunkt und im aufsteigenden Knoten der Mondbahn befindet. Rechts (b): ‚Überkippende‘ Sichel des 17 h alten Mondes am Abendhimmel für den Fall, dass zu Frühlingsbeginn Neumond und größte Nordbreite zusammenfallen.

Dazu betrachten wir den anderen Extremfall, dass zur Neumondzeit nicht der aufsteigende Knoten, sondern die ‚größte Nordbreite‘ über dem Frühlingspunkt eingenommen wird, also der maximale nördliche Abstand ( $d = 5,1^\circ$ ) zum Zeitpunkt der Konjunktion mit der Sonne. Da der Mond nördlich der Sonne steht, können um die Zeit der Konjunktion herum ohne weiteres sogar ‚überkippende‘ Sichelneigungen vorkommen. Allerdings müssen wir für die Sichtbarkeit noch fordern, dass es dunkel genug ist und der Mond noch hinreichend hoch über dem Horizont steht. Als empirischer Richtwert gilt, dass der Mond mindestens  $10^\circ$  höher (azimutal) als die Sonne stehen soll. Zum Zeitpunkt der bürgerlichen Dämmerung (Sonne  $6^\circ$  unter dem Horizont) steht dann die Sichel  $4^\circ$  über dem Horizont. Abb. 5 zeigt als Beispiel den idealen Fall für ein Mondalter, das gerade noch die Sichtbedingung erfüllt. Das Mondalter in Abhängigkeit von der geforderten Höhe  $h$  lässt sich über eine einfach geometrische Überlegung wie folgt bestimmen: Es ist  $h = a \sin(\varepsilon) + d \cos(\varepsilon)$  und somit  $a = h/\sin(\varepsilon) - d/\tan(\varepsilon)$ . Für  $h = 10^\circ$  auf  $50^\circ$  N ergibt sich  $a = 8,6^\circ$ , was einem Mondalter von ca. 17 h entspricht. Die Skizze zeigt schon, dass hier die Sichel tatsächlich etwas überkippt. Um die Neigung zu berechnen nutzten wir einen Hilfswinkel  $\delta$ , denn es gilt:  $\tan(\delta) = a/d$ . Die Neigung beträgt dann  $\nu = \varepsilon + 90^\circ - \delta$ . Für  $50^\circ$  N finden wir so  $\nu = 94,1^\circ$  also ein Überkippen um gut  $4^\circ$ . Der Fall, dass der Mond senkrecht über der Sonne steht ( $\nu = 90^\circ$ ) ist noch einfacher, denn dann ist  $\delta = \varepsilon$ . Das Mondalter hierfür beträgt etwa 20 h ( $10,2^\circ$ ).

Die kritischste Größe für eine liegende Mondsichel ist das Mondalter zu Sonnenuntergang, da der Mond in einer Stunde um ca.  $0,5^\circ$  auf seiner Bahn am Himmel voranschreitet. Die Mindestneigung der Ekliptik von ca.  $59^\circ$  wird in einem Zeitraum von je einem Monat um den Frühlingsbeginn erreicht, also etwa zwischen dem 20. Februar und 20. April. Unter dem Einfluss der Gravitation der Sonne bewegen sich die Knoten der Mondbahn rückläufig durch die Ekliptik. Ein voller Umlauf dauert 18,6 Jahre, was  $19,3^\circ$  pro Jahr entspricht. Die größte Nordbreite lag 2011 fast genau über dem Frühlingspunkt und auch in den Jahren 2010 und 2012 konnten liegende Mondsicheln abends von Mitteleuropa aus beobachtet werden, wenn zusätzlich noch das Mondalter passte. Fotografien der liegenden Mondsichel vom 22. Februar 2012 aus Bayern und Österreich in Abb. 1 (Titelseite) und Abb. 6 (unten) dargestellt. Das nächste Mal wird eine solche Konstellation am 4. April 2027 eintreffen. Wer nicht so lange warten möchte, muss Frühaufsteher sein und nach dem entsprechenden Phänomen am Morgenhimmel Ausschau halten. Wann hierfür die astronomischen Bedingungen gegeben sind, ist in einer der anschließenden Aufgaben gefragt.



Abbildung 6: Liegende Mondsichel am 22. Februar 2012 um 18:00 MEZ bei Wels (Österreich,  $48^\circ$  N). Foto: Andreas Vogl  
<http://www.sterne-und-weltraum.de/alias/wunder-des-weltalls/liegende-mondsichel/1143246>

## Fragen / Aufgaben zur Mondneigung

- 1) Betrachte (am besten bei Tage) das Erscheinungsbild des Horizontes bei horizontalem Blick und lasse dann den Blick nach oben bis zum Zenit wandern. Der Horizont bleibt dabei – wenn auch unscharf – wahrnehmbar. Wie ändert sich seine scheinbare Gestalt?
- 2) ‚Stürzende‘ Linien in der Zentralperspektive am Beispiel der Kante zwischen Wand und Decke eines rechteckigen Raumes. Fotografiere mit einem starken Weitwinkel die Wandfläche in ihrer gesamten Breite und Höhe bei horizontaler Ausrichtung der Kamera. Welche Neigung hat die Deckenkante an der linken bzw. rechten Ecke? Wie sieht das Bild bei Ausrichtung der Kamera auf die Deckenkante aus? Betrachte auch das Beispiel einer extremen 360°-Panoramaaufnahme (Abb. 7).



Abbildung 7: 360°-Panoramaaufnahme des Serverraums am MPI für Kernphysik in Heidelberg mit perspektivischen Verzerrungen.

- 3) Welche Neigung der Mondsichel ergibt sich, wenn der Mond statt der Sonne zu Frühlingsbeginn im aufsteigenden Knoten steht?
- 4) Wann sind die Bedingungen für eine (nahezu) liegende Mondsichel am Morgenhimmel wieder erfüllt?
- 5) Am 11. März 2013 ist Neumond zwei Tage nach der größten Nordbreite. Das Mondalter am Folgetag abends beträgt ca. 22 h, die Nordbreite  $d$  beträgt  $3,9^\circ$  und die Neigung der Ekliptik  $63^\circ$ . Wie groß ist die Neigung der Mondsichel? Gutes Wetter vorausgesetzt lohnt die eigene Beobachtung dieses Ereignisses.